1. *(Liboff, zad. 2.32)*
   Valna funkcija za česticu u 1D je dana sa

$$\psi_1 = A_1 e^{-y^2/4} \, .$$

   Dana čestica može biti i u stanjima

$$\psi_2 = A_2 \, y \, e^{-y^2/8}$$

   i

$$\psi_3 = A_3 \left(e^{-y^2/4} + y \, e^{-y^2/8} \right) \, .$$

   Normalizirajte ta tri stanja u intervalu $-\infty < y < \infty$ (tj. pronađite A_1, A_2 i A_3). Da li je vjerojatnost pronalaženja čestice u intervalu $0 < y < 1$ za stanje ψ_3 ista kao zbroj zasebnih vjesrojatnosti za stanja ψ_1 i ψ_2? Odgovorite na isto pitanje za interval $-1 < y < 1$.

2. *(slično kao Liboff, zad. 3.15)*
   Čestica je u stanju

$$\psi(x,t) = A \, e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4a^2}} e^{-\frac{i}{\hbar} p_0 x} e^{i\omega_0 t} \, ,$$

   gdje su x_0, p_0, ω_0 i a zadane konstante. Normalizirajte valnu funkciju, tj. odredite A, i zatim izračunajte $\overline{x}$, Δx i $\overline{p}$.

3. *(Liboff, zad. 3.5)*
   Slobodni elektron se giba u x-smjeru i ima de Broglieovu valnu duljinu $\lambda = 10^{-8}$cm.

   - Koja je energija elektrona u eV-ima?
   - Koja je vremenski nezavisna valna funkcija elektrona? A vremenski zavisna?

4. *(Liboff, zad. 4.1)*
   Odredite vlastita stanja energije i energetske nivoe za česticu u 1D beskonačnoj potencijalnoj jami čiji su zidovi na $x = -L/2$ i $x = L/2$.

5. Odredite neodređenost položaja Δx čestice u beskonačno dubokoj pravokutnoj potencijalnoj jami

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \quad \text{i} \quad x \geq a \\ 0 & 0 \leq x \leq a \end{cases} \, .$$

6. *(Liboff, zad. 7.39)*
   Pokažite da za 1D probleme s vremenski neovisnim potencijalnim barijerama vrijedi $T + R = 1$.

7. Neutron kinetičke energije $K = 5$ MeV upada u jezgru gdje osjeća potencijalnu energiju koja vrlo brzo padne od konstantne vanjske energije $V = 0$ na konstantnu unutrašnju vrijednost od $V = -50$ MeV. (To smanjenje potencijala čini mogućim vezanje neutrona u jezgri.) Odredite vjerojatnost da se neutron reflektira na površini jezgre.

8. Elektron kinetičke energije 5 eV pada na pravokutnu barijeru visine $V_0 = 10$ eV i širine $1.8 \cdot 10^{-10}$ m. Pravokutna barijera je idealizacija negativno ioniziranog atoma nekog plina. Stvarna barijera nije pravokutna, ali je približne duljine i širine. Izračunajte koeficijent transmisije T i refleksije R.

9. Za česticu u potencijalu

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq a \\ U & a \leq x \leq b \\ \infty & x > b \end{cases}$$

   i energije $E > U$, odredite vjerojatnost nalaženja čestice od $(0, a)$ i od (a, b).

10. *(Liboff, zad. 5.2 - prošireno)*
    $N_0 = 10^5$ neutrona se nalazi u 1D beskonačnoj potencijalnoj jami sa zidovima na $x = 0$ i $x = L$. U $t = 0$ svaka čestica se nalazi u stanju

$$\psi(x, 0) = Ax(x - L)\,.$$

    a) Normaliziraj ψ i odredi A.
    b) Koliko se čestica nalazi u intervalu $(0, L/2)$ u $t = 0$?
    c) Pronađi $\psi(x, t)$ i $P(E_n)$ za $t > 0$, te odredi $P(E_n)$ za najniže energije.
    d) U $t = 0$ koliko čestica ima energiju E_5?
    e) U $t = 0$ koliko je $\langle E \rangle$?

11. *(Liboff, zad. 6.19)*
    Pronađi očekivane vrijednosti operatora pariteta za česticu u 1D beskonačnoj potencijalnoj jami sa zidovima na $-a/2$ i $a/2$ ako je početno stanje dano sa

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{29}} \left(3\tilde{\phi}_2 + 4\tilde{\phi}_4 + 2\phi_3 \right)\,,$$

    gdje su ϕ_n vlastita stanja energije.

12. Slobodna čestica mase m u $t = 0$ se nalazi u stanju

$$\psi(\bar{r}, 0) = A \sin 3x \; e^{i(5y+z)}$$

   a) Ako u $t = 0$ mjerimo energiju čestice, što ćemo dobiti?
   b) Koje su moguće vrijednosti impulsa (p_x, p_y, p_z) koje se mogu dobiti mjerenjem u $t = 0$?
   c) Kako izgleda $\psi(\bar{r}, t)$ ako u $t = 0$ mjerimo energiju?
   d) Kako izgleda $\psi(\bar{r}, t)$ ako u $t = 0$ mjerimo impuls i dobijemo $\bar{p} = \hbar\,(3\bar{i} + 5\bar{j} + \bar{k})$?

13. *(Liboff, zad. 8.28)*
U $t = 0$ dvije čestice masa m_1 i m_2 nalaze se u 1D kutiji duljine L i to u stanju opisanom valnom funkcijom

$$\Psi(x_1, x_2, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{58}} \left[3\psi_5(x_1)\psi_4(x_2) + 7\psi_9(x_1)\psi_8(x_2)\right]$$

   a) Ako mjerimo energiju sistema, koje vrijednosti možemo dobiti i s kojom vjerojatnošću?
   b) Ako mjerenje da vrijednost $E = E_{5,4}$ u kojem (vremenski zavisnom) stanju se nalazi sistem nakon mjerenja?

14. Odredi za harmonički oscilator $\bar{x}_n$.

15. Odredite neodređenost položaja i impulsa za harmonički oscilator u n-tom pobuđenom stanju.

16. Nađite srednju vrijednost operatora

   a) potencijalne energije
   b) kinetičke energije

   za linearani harmonički oscilator u n-tom pobuđenom stanju.

17. *(Liboff, zad. 7.2)*
Harmonički oscilator se sastoji od mase $m = 1$ g i opruge. Frekvencija mu je $\omega = 1$ Hz, a masa prolazi kroz položaj ravnoteže brzinim $v = 10$ ms^{-1}. Koji je kvantni broj n ovog sistema?

18. *(Liboff, zad. 9.3)*
Sistem ima angularni moment $L = \hbar\sqrt{56}$. Ako mjerimo kut između $\vec{L}$ i x-osi, koja je najmanja vrijednost koju možemo dobiti?

19. *(Liboff, zad. 9.6)*
HCl molekula može rotirati i vibrirati. Diskutirajte razliku između ta dva načina pobuđenja (frekvencija emisije) razmatrajući prijelaze između susjednih

energetskih stanja. ”Konstanta opruge” za vibracione modove, te moment inercije su dani preko ekvivalentnih temperatura $T_v = (\hbar\omega_0)/k_B = 4150\text{K}$ i $T_r = \hbar^2/(2Ik_B) = 15.2\text{K}$. Pretpostavite da su samo $l(n) \to l(n) \pm 1$ prijelazi dozvoljeni te $l \leq 50$.

20. *(Liboff, slično zad. 10.49(b))*
Odredite $< r >$ za stanja ψ_{nlm} u H-atomu za koja je $l = (n-1)$.

21. *(Liboff, zad. 10.49(e)), 10.43*
Pokažite
$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{Z}{n^2 a_0}\,.$$
Iz toga jednostavno slijedi $\langle V \rangle = 2E_n$ te $\langle E_{k,n} \rangle = -E_n$.

22. *(Liboff, zad. 10.33)*
Pokažite da za H-atom $r^2\,|R_{10}|^2$ ima maksimum na $r = a_0$.

23. *(Liboff, zad. 10.50)*
Pokažite da je najvjerojatnija vrijednost od r za $l = n-1$ stanje atoma: $\tilde{r} = n^2 a_0$.