

## 2. kolokvij

# KVANTNA FIZIKA

(nastavnički smjerovi)

17. lipanj 2016.

### Zadaci

1. Na jednodimenzionalnu pravokutnu potencijalnu barijeru visine  $V_0$  i širine  $L$  nalijeće čestica mase  $m$  i energije  $E > V_0$ . Odredite energije  $E$  za koje je vjerojatnost transmisije jednaka 1.
2.  $N_0 = 10^5$  čestica nalazi se u jednodimenzionalnoj beskonačnoj potencijalnoj jami sa zidovima na  $x = 0$  i  $x = L$ . U  $t=0$  svaka čestica se nalazi u stanju

$$\psi(x, t = 0) = \sqrt{\frac{30}{L^5}} x(x - L) \quad .$$

normaliziranom na 1.

- a) Pokažite da se  $\psi(x, t = 0)$  općenito može prikazati preko svojstvenih stanja energije  $\psi_n$  kao superpozicija

$$\psi(x, t = 0) = \sqrt{\frac{60}{L^6}} \sum_{n=1,3,\dots} \left( -\frac{4L^3}{n^3\pi^3} \right) \psi_n(x) \quad \dots$$

(Napomena: Svojstvena stanja  $\psi_n$  za  $n$  paran ne doprinose. Pokažite to tj. u izvodu analizirajte slučajeve  $n$  paran i  $n$  neparan.).

- b) Odredite vjerojatnost  $P(E_n)$  da u  $t = 0$  bude izmjerena enaergija  $E_n$ , te tabelirajte  $P(E_n)$  i  $N(E_n)$ , očekivani broj čestica energije  $E_n$ , za  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ .
- c) Ako je u  $t = 0$  izmjerena energija  $E_3$ , koji oblik će poprimiti  $\psi(x, t)$  za  $t > 0$ ?

3. Jednodimenzionalni harmonički oscilator nalazi se u stanju

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_k(x, t) + \Psi_{k+1}(x, t)) \quad ,$$

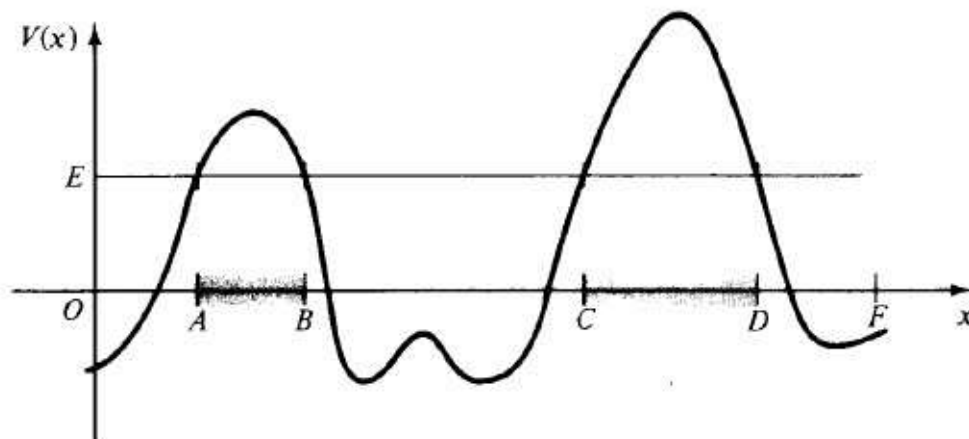
gdje su  $\Psi_k$  i  $\Psi_{k+1}$  stacionarna stanja tj. svojstvena stanja energije.

- a) Pronađite očekivanu vrijednost  $\langle x(t) \rangle$ .
- b) Da li je  $\Psi(x, t)$  stacionarno stanje? Pokažite.

4. Mjerenje na nekom kvantnom sistemu je našlo iznos impulsa vrtnje  $L = 2.584 \cdot 10^{-34}$  J s.

- a) Navedite sve moguće vrijednosti orbitalnih i azimutalnih kvantnih brojeva ( $l$  i  $m$ ). (Naputak: prisjetite se oblika i raspona mogućih svojstvenih vrijednosti  $L^2$  i  $L_z$ .)
- b) Odredite minimalnu vrijednost koju možemo dobiti mjerenjem kuta između  $\vec{L}$  i  $z$ -osi. Koliko raznih kuteva može  $\vec{L}$  zatvarati s  $z$ -osi? Navedite ih.

## Teorija



1. Čestica mase  $m$  i energije  $E$  se giba u potencijalu  $V(x)$  kao što je prikazano na slici.
  - a) Napišite vremenski neovisne Schrödingerove jednačbe za razna područja  $0 \leq x < \infty$  tako da izrazite  $d^2/dx^2\psi$  preko  $\psi$  i za svako područje navedite valne brojeve  $k(x)$ ,  $\kappa(x)$ .
  - b) Analizirajte na posebnom grafu moguće oblike  $\psi(x)$  uzevši u obzir informaciju dobivenu iz Schrödingerovih jednačbi iz a) dijela zadatka tj. od  $d^2\psi/dx^2$  (konveksnost, konkavnost). Za koja područja na osnovu toga zaključujete da je moguće oscilatorno ponašanje?
  - c) Na temelju rezultata b) skicirajte  $\psi(x)$  ako znamo da je  $\psi(0) = \psi_0 > 0$ . (Naputak: Poželjno prikazati generičko rješenje s nekoliko čvorova u oscilatornim područjima.)
2.
  - a) Pokažite stabilnost vodikovog atoma pomoću relacija neodređenosti (Naputak: Za procjenu energije vrijednost koordinate elektrona  $R$  procijenite s neodređenosti koordinate, a vrijednost impulsa procijenite s neodređenosti impulsa.) Komentirajte ovisnost procijenjene energije o udaljenosti elektrona od jezgre.
  - b) Pomoću toga, procijenite tipičnu prostornu skalu atoma vodika. (Naputak: Pronađite vrijednost  $R$  koji minimizira totalnu energiju.)