

*Sveučilište u Zagrebu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Fizički odsjek*

## 2. kolokvij

# KVANTNA FIZIKA

(nastavnički smjerovi fizike, fizike-informatike i fizike-matematike)

23. lipnja 2015.

### *Zadaci*

1. Elektroni energije  $1.6 \cdot 10^{-17}$  J nalijeću na pravokutnu barijeru visine 90 eV. Dvije trećine čestica se reflektira. Koja je širina barijere?
2. Pokaži da se energija harmoničkog oscilatora u stanju s kvantnim brojem  $n$  može napisati u obliku
$$E_n = m\omega^2 \langle x^2 \rangle .$$
3. Na nekom kvantnomehaničkom sistemu mjeri se kut između vektora angулarnog momenta  $\mathbf{L}$  i neke proizvoljno odabrane osi u prostoru. Nakon velikog broja mjerena pokaže se da je minimalna vrijednost tog kuta  $24.1^\circ$ . Koliki je angулarni moment  $L$  ovog sistema?
4. Za vodikov atom u osnovnom stanju, izračunajte vjerojatnost pronalaženja elektrona između dvije sfere sa polumjerima  $r = 1.00 a_0$  i  $r = 1.01 a_0$ , gdje je  $a_0$  Bohrov radijus.

## Teorija

1. Prepostavimo da se čestica mase  $m$  giba u 1-dim prostoru i da osjeća potencijal

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0, \\ 0 & 0 < x < L, \\ \infty & x \geq L. \end{cases}$$

- a) Nađite rješenja  $\varphi_n(x)$  vremenski neovisne Schrödingerove jednadžbe i odgovarajuće energije  $E_n$ .
- b) Kako glasi tome odgovarajuće rješenje vremenski ovisne Schrödingerove jednadžbe  $\psi_n(x, t)$ ?
- c) Prepostavimo da se čestica nalazi u stanju opisanom valnom funkcijom

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x, t) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_3(x, t).$$

Je li to stanje svojstvene (vlastite) energije? Dokažite.

- d) Je li to stacionarno stanje? Pokažite.
- e) Je li to stanje normirano na 1? Pokažite.
- f) Da li je to stanje svojstveno stanje operatora pariteta? Pokažite.

2. Neka se molekula nalazi u osnovnom stanju elektronskih i vibracionih stupnjeva slobode, a u rotacionom stanju s valnom funkcijom

$$\varphi(\theta, \phi) = A(\sin \theta)^2 \sin 2\phi.$$

- a) Nađi koeficijente  $a_{lm}$  razvoja te funkcije u kompleksne funkcije  $Y_l^m(\theta, \phi)$

$$\varphi(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{|m| \leq l} a_{lm} Y_l^m(\theta, \phi).$$

*Uputa:* koristite tabelu s kuglinim funkcijama.

- b) Koje vrijednosti  $L_z$  i  $L_z$  može naći mjerjenje u tom stanju i s kojim vjerojatnostima?
- c) Koliko iznosi konstanta normiranja  $A$  ako je ta valna funkcija normirana na jedinicu?