

raspršenje) koje su rezultat kolektivnog djelovanja ogromnog broja fotona koji zajedno čine klasični elektromagnetski val.

Potrebito je naglasiti da se ne radi o tome da bi to mnoštvo fotona sačinjavalo neki medij na kojem se onda javljaju valovi proizvoljnih valnih duljina, kao što se primjerice mnoštvo molekula vode kondenzira u tekućinu koja se onda može zatalasati na raznim valnim duljinama koje nisu, bar ne direktno, date svojstvima pojedinačne molekule vode (na primjer njenom veličinom ili masom). Za razliku od toga, svaki pojedini foton ima valna svojstva povezana sa svojstvima elektromagnetskog vala u kojem sudjeluje, jer je kroz svoju energiju $h\nu = hc/\lambda$ karakteriziran svojom frekvencijom, odnosno valnom duljinom. Iako smo u Comptonovom efektu kinematiku sudara (39)-(40) tretirali kao kod biljarskih kugli, foton nije čestica u klasičnom smislu, jer svaka pojedina "čestica svjetla" ima i valna svojstva. To je bit valno-čestičnog dualizma koji je uveo Einstein kroz svoju fotonsku hipotezu.

Zadaci 4

4.1. Pokažite da formula $\Delta E_e \equiv E_\gamma - E'_\gamma = \frac{2[h\nu \sin(\theta/2)]^2}{m_e c^2 + 2h\nu \sin^2(\theta/2)}$ (54)

daje povećanje energije elektrona pri Comptonovom efektu, tj. onaj dio energije koji s upadnog fotona prijeđe na odbijeni elektron. Izvrijednjite tu formulu za nekoliko vrijednosti fotonske energije (recimo $E_\gamma = h\nu$ od nekoliko keV-a) i za kut raspršenja fotona θ od nekoliko desetaka stupnjeva.

4.2. Izrazite energiju fotona prije Comptonovog raspršenja preko kuta raspršenja fotona, kuta odboja elektrona i mase elektrona. Iskoristite sačuvanje energije i impulsa. Izračunajte energiju E_γ za nekoliko vrijednosti tih kuteva.

4.3. Iskoristite zakon sačuvanja energije i impulsa kako biste dokazali da a) slobodni elektron koji miruje u vakuumu ne može apsorbirati foton te da b) elektron koji se u vakuumu pravocrtno jednolikog giba, ne može emitirati foton.

4.4. Foton i elektron gibaju se kolinearno, ali u suprotnim smjerovima, dok ne pretrpe čeonu sudar. Neka elektron ima mnogo veću energiju od fotona, $E_e = \sqrt{(m_e c^2)^2 + p_e^2 c^2} \gg E_\gamma = h\nu$. Pokažite da je energija fotona koji se raspršio (odbio) u smjeru suprotnom od prvotnog smjera dana formulom

$$E'_\gamma \equiv h\nu' = h\nu \frac{(E_e + p_e c)^2}{m_e^2 c^4 + 2h\nu (E_e + p_e c)} \quad (55)$$

U ultra-relativističkom slučaju $E_e \approx p_e c \gg m_e c^2$, pa

$$E'_\gamma \equiv h\nu' \approx h\nu \frac{4E_e^2}{m_e^2 c^4 + 4h\nu E_e} \quad (56)$$

gdje je očito veliko pojačanje prvotne energije fotona $E_\gamma = h\nu$.